

- Geheime Schlüssel sind die Sicherheitsgrundlage
 - Der Algorithmus ist bekannt
 - außer bei „security by obscurity“
- Public-Key-Cryptography
 - verwendet zwei Schlüssel
 - ein geheimer und ein öffentlicher Schlüssel
- Symmetrische Kryptographie
 - beide Seiten verwenden den selben geheimen Schlüssel
- Hash-Funktion
 - Ohne Schlüssel und ohne Geheimnis

- Stromchiffrierer (stream cipher)
 - verschlüsselt bitweise
- Blockchiffre, Blockverschlüsselung (block ciphers)
 - Originaltext wird in gleichgroße Blöcke unterteilt
 - Jeder Block wird einzeln kodiert

- Kombiniere jedes Bit eines Schlüsselstroms (key stream) mit dem Original bit
 - $m(i)$ = i -tes Bit der Nachricht
 - $ks(i)$ = i -tes Bit des Key Streams
 - $c(i)$ = i -tes bit des verschlüsselten Texts
- Verschlüsselung
 - $c(i) = ks(i) + m(i) \pmod{2}$
= $ks(i) \oplus m(i)$
- Entschlüsselung
 - $m(i) = ks(i) \oplus c(i)$

- RC4 ist ein populärer Streamchiffrierer
 - ~~ausführlich analysiert und als sicher angesehen~~
 - ~~kann in SSL verwendet werden~~
 - 2.2015: RC4 im Rahmen von Transport Layer Security (TLS, früher: Secure Sockets Layer, SSL) verboten
 - Schlüssellänge: von 1 bis 256 Bytes
 - wird in SSH1, WEP/WPA für 802.11, ... verwendet

```
k[]: gegebene Schlüssel-Zeichenfolge der Länge 5 bis 256 Byte
L := Länge des Schlüssels in Byte
s[]: Byte-Vektor der Länge 256
Für i = 0 bis 255
    s[i] := i
j := 0
Für i = 0 bis 255
    j := (j + s[i] + k[i mod L]) mod 256
    vertausche s[i] mit s[j]
```

```
klar[]: gegebene Klartext-Zeichenfolge der Länge X
schl[]: Vektor zum Abspeichern des Schlüsseltextes
i := 0
j := 0
Für n = 0 bis X-1
    i := (i + 1) mod 256
    j := (j + s[i]) mod 256
    vertausche s[i] mit s[j]
    zufallszahl := s[(s[i] + s[j]) mod 256]
    schl[n] := zufallszahl XOR klar[n]
```

- Aus Wikipedia (<http://de.wikipedia.org/wiki/Rc4>)

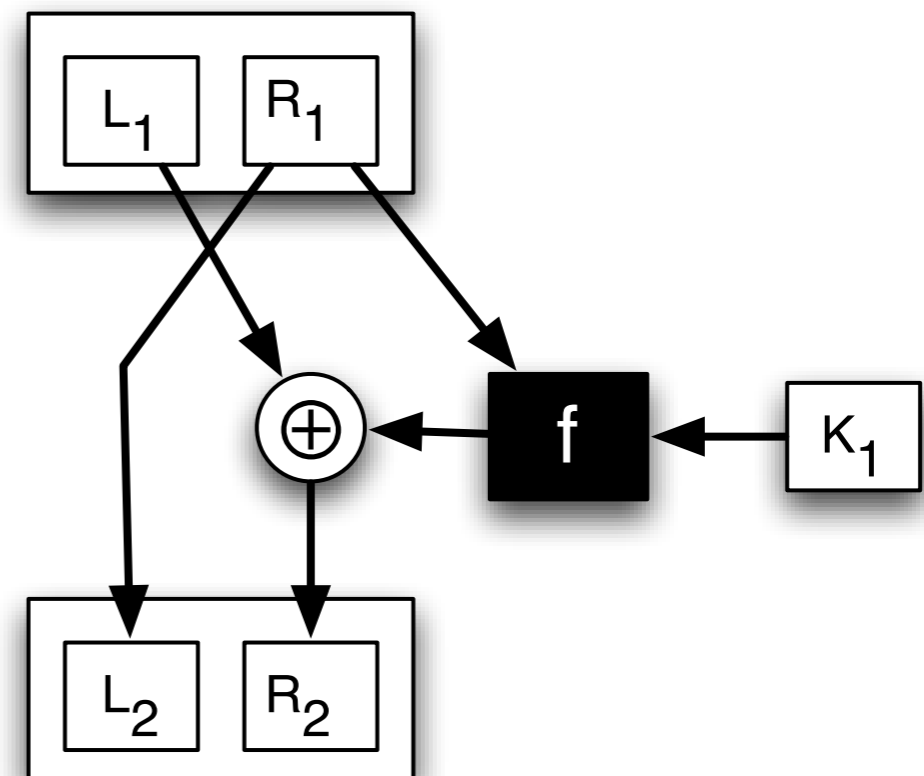
- Nachrichten werden in Blöcken von k bits verschlüsselt
 - z.B. 64-bit Blöcke
- Injektive Abbildung um den Quelltext in den k -bit verschlüsselten Text umzuwandeln
- Beispiel $k=3$:

| <u>input</u> | <u>output</u> | <u>input</u> | <u>output</u> |
|--------------|---------------|--------------|---------------|
| 000 | 110 | 100 | 011 |
| 001 | 111 | 101 | 010 |
| 010 | 101 | 110 | 000 |
| 011 | 100 | 111 | 001 |

- Wie viele mögliche Abbildungen gibt es für k -Bit Block-Chiffre?

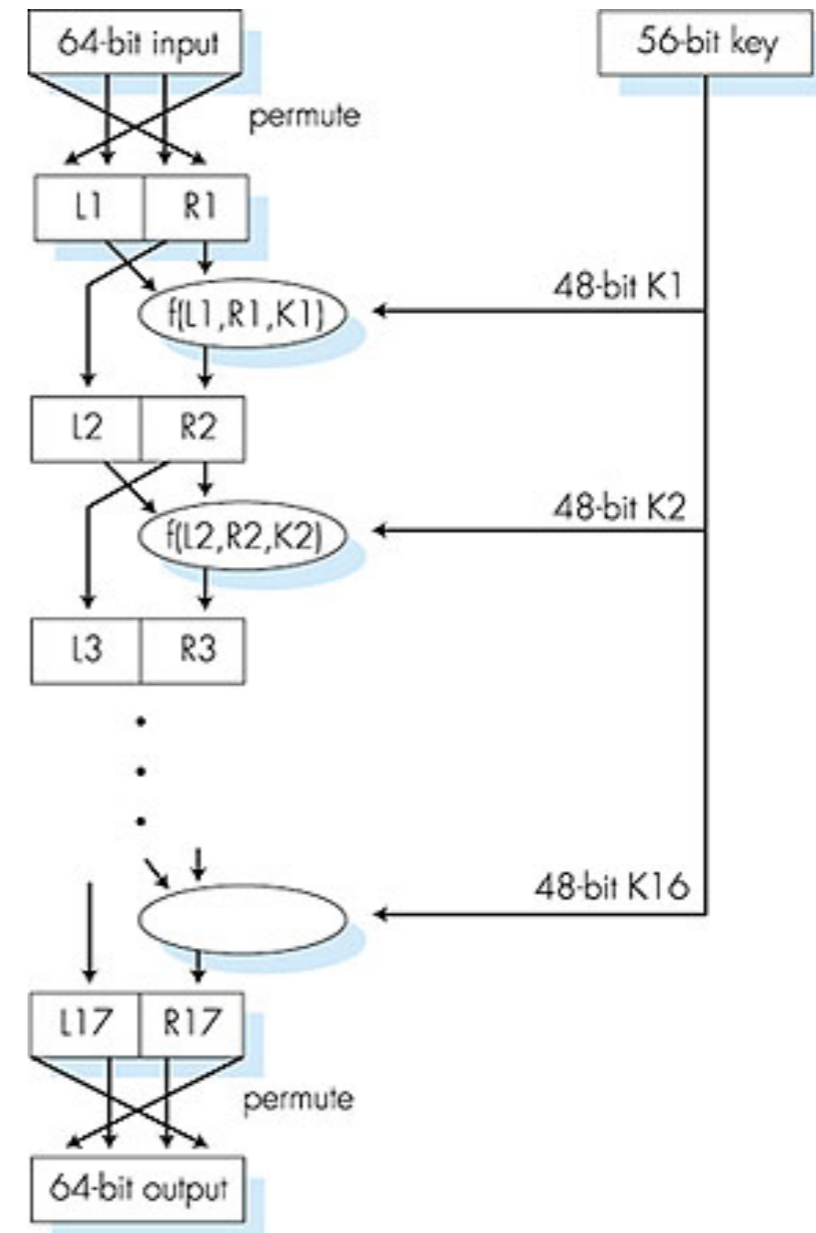
- Wie viele mögliche Abbildungen gibt es für k-Bit Block-Chiffre?
 - Im allgemeinen: $2^k!$
 - riesig für $k=64$
 - und absolut sicher, wenn man sie zufällig auswählt
- Problem:
 - Die meisten dieser Abbildungen benötigen große Tabellen um sie zu berechnen
- Lösung
 - Statt einer Tabelle, verwendet man eine Funktion, die diese Tabelle simuliert
 - Dadurch verliert man möglicherweise wieder die Sicherhei

- Aufteilung der Nachricht in zwei Hälften L_1, R_1
 - Schlüssel K_1, K_2, \dots
 - Mehrere Runden: resultierender Code: L_n, R_n
- Verschlüsselung
 - $L_i = R_{i-1}$
 - $R_i = L_{i-1} \oplus f(R_{i-1}, K_i)$
- Entschlüsselung
 - $R_{i-1} = L_i$
 - $L_{i-1} = R_i \oplus f(L_i, K_i)$
- f : beliebige, komplexe Funktion



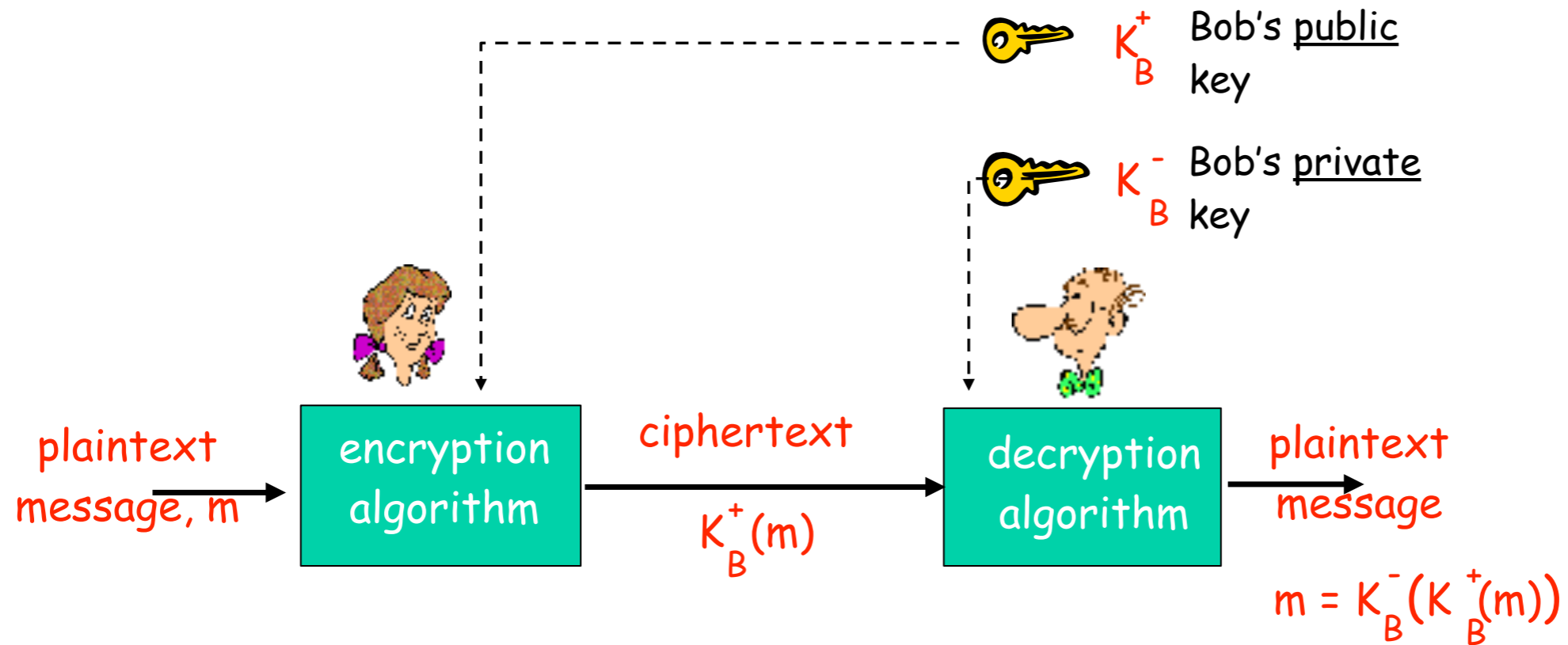
- Skipjack
 - 80-Bit symmetrischer Code
 - baut auf Feistel-Chiffre auf
 - wenig sicher
- RC5
 - Schlüssellänge 1-2048 Bits
 - Rivest Code 5 (1994)
 - Mehrere Runden der Feistel-Chiffre

- Geschickt gewählte Kombination von
 - Xor-Operationen
 - Feistel-Chiffre
 - Permutationen
 - Table-Lookups
 - verwendet 56-Bit Schlüssel
- 1975 entwickelt von Wissenschaftlern von IBM
 - Mittlerweile nicht mehr sicher
 - leistungsfähigere Rechner
 - Erkenntnisse in Kryptologie
- Nachfolger: AES (2001)



- Geschickt gewählte Kombination von
 - Xor-Operationen
 - Permutationen
 - Table-Lookups
 - Multiplikation in $GF[2^8]$
 - symmetrische 128, 192 oder 256-Bit Schlüssel
- Joan Daemen und Vincent Rijmen (Rijndael)
 - 2001 als AES unter vielen ausgewählt worden
 - bis heute als sicher erachtet

Public key cryptography



- z.B. RSA, Ronald Rivest, Adi Shamir, Lenard Adleman, 1977
 - Diffie-Hellman, PGP
- Geheimer Schlüssel privat: kennt nur der Empfänger der Nachricht
- Öffentlichen Schlüssel offen: Ist allen Teilnehmern bekannt
- Wird erzeugt durch Funktion
 - $\text{keygen}(\text{privat}) = \text{offen}$
- Verschlüsselungsfunktion f und Entschlüsselungsfunktion g
 - sind auch allen bekannt
- Verschlüsselung
 - $f(\text{offen}, \text{text}) = \text{code}$
 - kann jeder berechnen
- Entschlüsselung
 - $g(\text{privat}, \text{code}) = \text{text}$
 - nur vom Empfänger

- R. Rivest, A. Shamir, L. Adleman
 - On Digital Signatures and Public Key Cryptosystems, Communication of the ACM
- Verfahren beruht auf der Schwierigkeit der Primfaktorzerlegung
- 1. Beispiel:
 - $15 = ? * ?$
 - $15 = 3 * 5$
- 2. Beispiel:
 - $3865818645841127319129567277348359557444790410289933586483552047443 = 1234567890123456789012345678900209 * 313131313131313131313131313131300227$

- Bis heute ist kein effizientes Verfahren zur Primfaktorzerlegung bekannt
 - Aber das Produkt von Primzahlen kann effizient bestimmt werden
 - Primzahlen können effizient bestimmt werden
 - Primzahlen sehr häufig

- Erzeugung der Schlüssel
 - Wähle zufällig zwei Primzahlen p und q mit k bits ($k \geq 500$).
 - $n = p \cdot q$
 - e ist Zahl, die teilerfremd ist mit $(p - 1) \cdot (q - 1)$.
 - $d = 1/e \bmod (p - 1)(q - 1)$
 - es gilt $d \cdot e \equiv 1 \bmod (p - 1)(q - 1)$
- Public Key $P = (e, n)$
- Secret Key $S = (d, n)$

■ Kodierung

- Teile Nachricht in Blöcke der Größe 2^{2k} auf
- Interpretiere Block M als Zahl $0 \leq M < 2^{2k}$
- Chiffre: $P(M) = C = M^e \bmod n$

■ Dekodierung

- $S(C) = C^d \bmod n = M$

■ Korrektheit gilt nach dem kleinen Satz von Fermat

- Für Primzahl p und von p teilerfremde Zahl a gilt:

$$a^p \equiv a \pmod{p}$$

- Bob wählt $p=11$, $q=13$
 - $n = 143$, $(p-1) \cdot (q-1) = 120$
 - $e = 23$
 - $d = 47$
 - $e \cdot d = 1 \pmod{24}$
- Verschlüsselung von 8-Bit-Nachricht:

| Bit pattern | m | m^e | $c = m^e \pmod{n}$ |
|-------------|-----|-----------------|--------------------|
| 00000111 | 7 | $2.7368747e+19$ | 2 |

- Entschlüsselung:

| c | $c^d = 2^{47}$ | $m = c^d \pmod{n}$ |
|-----|-----------------|--------------------|
| 2 | $1.4073749e+14$ | 7 |

- Berechnung von $7^{23} \bmod 143$,

- $23 = 10111_2$

- $7^{23} = 7 \cdot (7^{11})^2$

- $7^{11} = 7 \cdot (7^5)^2$

- $7^5 = 7 \cdot (7^2)^2$

- Einsetzen:

$$7^{23} \bmod 143 = (((7^2)^2 \cdot 7)^2 \cdot 7)^2 \cdot 7 \bmod 143 = 2$$

Zwischenergebnisse klein halten:

$$(a \bmod n) \bmod n = a \bmod n$$